**KARE OLMAYAN MATRİSİN**

**SÖZDE TERSİNİ BULMA**

[**Nedret Gegeoğlu**](mailto:nedretgegeoglu@windowslive.com) **- 150202114**

[**Bora Acar**](mailto:boraacar95@gmail.com) **– 130202085**

**Kocaeli Üniversitesi**

**Bilgisayar Mühendisliği**

**2018– 2019**

1. **Problem Tanımı:**

Bizden istenen kare olmayan bir matrisin sözde tersini (pseudo inverse) bulmaktı. Bunun için kullanılan birden fazla metot mevcut. Bunlardan “en küçük kareler” (least square method) metodunu kullanmaya karar verdik.

1. **Yapılan Araştırmalar:**

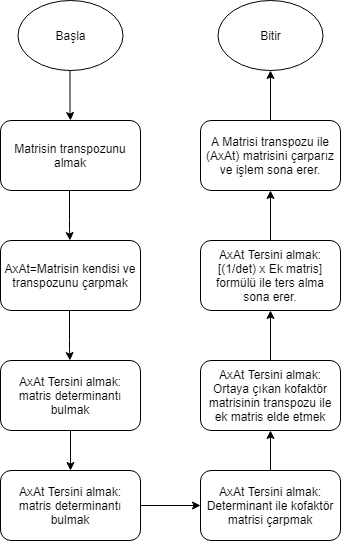
İlk olarak matrisler hakkında çeşitli bilgiler edindik. Örneğin; matrisler üzerinde çarpma işlemi yapmak, ya da bir matrisin tersini alırken uygulamamız gereken işlemler gibi.

Teknik olarak kare olmayan bir matrisin tersini almamız mümkün değil. Bunun yerine tersi alınmış olan sonuca olabildiğince yakın sonuçlar alınabilecek metotlar mümkün. Bunlardan **en küçük kareler** yönteminden bahsedecek olursak; temelde formülü ve gösterim şekli:

#### *A+ = AT· (A · A T) -1*

Burada yapmamız gereken bize verilen matrisin transpozunu bulup bu transpozu, matrisin kendisinin transpozu ile çarpımının tersi alınarak elde edilen sonuç ile çarpmamızdır.

1. **Tasarım:**
   1. **Akış Şeması:**



1. **Genel Yapı:**

Projeyi C# dilinde “VS” ortamı üzerinde hazırladık. Kullanılan metotlar ve amaçları:

İlk olarak kullanıcın 1 ile 5 arası bir boyutta istediğini girebileceği satır sütun tasarım için textboxtan veri aldık. Alınan boyuta göre datagridview üzerinde kullanıcıya matris oluşturma olanağı tanıdık. Oluşturulan matris **matris[satır,sütun]** dizisine aktarıldı.

Oluşturulan çok boyutlu matris dizisinin transpozu alındı ve **transpoz[sütun,satır]** dizisine aktarıldı.

Oluşturulan matris ve transpoz dizisini çarparak kare matris elde edildi. Örneğin; 3x2 girilen bir matrisle oluşturulan 2x3 transpozunu çarparak oluşan 3x3 matris gibi. Bu matrisi **AxAT[,]** dizisine aktardık.

Daha sonra oluşan kare matrisin boyutuna göre determinant alma işlemlerine başlandı. Burada matris boyutuna göre değişen işlemler uygulandı. Örneğin; 3x3 ve 4x4 matrisin determinantı farklı işlemlere sahip.

Determinant alma işlemlerinden sonra kofaktör matrisi oluşturulur. Bu matris sırayla +1 ve -1lerden oluşur.

Oluşturulan kofaktör matrisini, determinant matrisi ile çarparak kofaktör matrisi için oluşturduğumuz diziye aktarılır.

Oluşturulan tüm matrisler ve türevleri program ekranında datagridviewler ile adım adım görüntülenir.

Daha önce oluşturduğumuz kofaktör matrisninin transpozunu alarak ek matris dizisi oluşturulur.

Tüm bu matrisler oluşturulduktan sonra matrisin tersini almak için yapılan son işlem “1/oluşturulan determinant \* ek matris” uygulanır. Burada determinantı oluşturmak için; İlk oluşturulan matrisin ilk satırının elemanları kofaktör matrisinin ilk satırı ile çarpılır. Çıkan sonuçtan sonra formül uygulanır ve oluşturduğumuz matrisin ve transpozunun çarpımından elde edilen matrisin tersi alınmış olur.

Ters Alma işlemi 3x3 ve 4x4 lük matrislerde böyleyken 2x2 lik matriste farklıdır. Öncelikle:

Matris üzerinde kofaktör ve ek matris işlemleri uygulanmaz ve determinant alınıp girilen matrisin 0,0 ve 1,1 koordinatları yer değiştirirken 0,1 ve 1,0 koordinatları işaret (+,-) değiştirir. Bu şekilde 2x2 matrisin tersi elde edilir.

Tüm bu işlemlerin ardından elimizde oluşturduğumuz “A matris”inin transpozu ve tersini bulduğumuz “A\*AT” matrisi bulunur. Bu iki matrisin çarpımı bize **least square method** üzerinden **sözde tersi** verecektir. Fakat bu çarpımı yaparken dikkat etmemiz gereken bazı hususlar vardır:

İlk olarak oluşturduğumuz matrisin satır sayısı ile tersini aldığımız oluşan kare matrisin satır sayısı çok olan çarpan olarak nitelendirilir. Bunun olmasındaki sebep çarpanın, matris çarpımının kuralları gereği çarpan matrisin soldan sağa çarpım matrisinin yukarıdan aşağı eşit sayıda olmasından kaynaklanır. Örneğin; Elimizde 4x3 lük bir matris ve onun ters alma işlemlerinden oluşan 3x3 lük bir kare matris bulunmakta. Bu işlemde çarpan 4x3 lük matris olurken çarpım 3x3 matris olur ve çarpan matrisinin her satırdaki her elemanı için çarpım matrisinin her sütundaki her elemanı eşit sayıda olmalıdır. Kaldı ki zaten oluşturduğumuz herhangi bir matris ne boyutta olursa olsun onun üzerinden oluşacak matris onunla satır veya sütun bazında aynı boyuta sahip olacaktır. Örneğin; 4x2 bir matrisin oluşan ters kare matrisi 2x2 dir. Bu durumda çarpan matrisimiz 4x2 olurken çarpım matrisimiz 2x2 olur ve çarpım işlemleri sonucunda oluşan pseudo inverse (sözde ters) matris 4x2 yani ilk oluşturduğumuz matrisin boyutlarında olacaktır.

Bir başka kural ise oluşturulan matrisimiz ile onun üzerinden oluşan ters kare matrisimiz eğer aynı satır sayısına sahip ise sütun sayısı az olan çarpan olmalıdır ki bu matrisin transpozu alınarak çarpılacağı için; (AT \* (A\*AT)Tersi) döndürdüğümüzde satır sayısı ters kare matrisin satır sayısından çok olmalıdır. Örneğin; 3x2 oluşturulan bir matrisin oluşan ters kare matrisi 2x2 olacağı için çarpım matrisinin soldan sağına doğru işlem yapılırken oluşan kare matrisin yukarıdan aşağı doğru işlem yapacağını göz önüne alırsak transpozu 2x3 olacağı için eşit sayıda dikine ve yatay eleman oluşacaktır.

Bu şekilde bu iki kritere dikkat ederek çarpma işlemi gerçekleştirilir ve sonuç bulunur.